

Untersuchung von Hoch- β -Plasmen in toroidalen Magnetfeldern *

E. REMY

Institut für Plasmaphysik, Garching b. München

(Z. Naturforschg. 21 a, 1090—1097 [1966]; eingegangen am 21. März 1966)

Herrn Professor Dr. W. GENTNER zum 60. Geburtstag gewidmet

In den letzten Jahren sind bei der Erzeugung von dichten und heißen Plasmen mit den sog. linearen Theta-Pinch-Apparaturen große Fortschritte erzielt worden. Die Einschlußzeiten bleiben jedoch begrenzt auf einige Mikrosekunden, da bei den linearen Apparaturen das Plasma entlang der Feldlinien an den Enden der Spule ausströmen kann. Daher wurden Untersuchungen an toroidalen Theta-Pinchen durchgeführt, die hier zusammenfassend dargestellt werden. Im rein kreisförmigen toroidalen Magnetfeld driftet das Plasma in Richtung wachsenden Radius des Torus, ist also nicht im Gleichgewicht. Mit zwei speziellen toroidalen Feldkonfigurationen, dem sog. M+S und dem toroidalen Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld, konnte experimentell ein Gleichgewicht angenähert bzw. erreicht werden. Die M+S-Konfiguration gehört zur Klasse der geschlossenen Konfigurationen, bei denen besonders die Stabilitätsfrage untersucht wird. Der toroidale Theta-Pinch mit überlagertem Hexapol gehört zur Klasse der offenen Konfigurationen. Er zeigt in Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen ein stabiles Verhalten. Die sog. *Cusp*-Verluste an den offenen Stellen dieser Konfiguration wurden experimentell bestimmt und mit den Verlusten verglichen die aus verschiedenen Modellen folgen. Die theoretischen Erwartungen lassen für die Verlusten einen Spielraum von zwei Größenordnungen. Die vorläufigen experimentellen Ergebnisse deuten auf die theoretisch günstigeren Möglichkeiten hin.

Ein Plasma (D oder D-T) zündet bei Temperaturen von der Größenordnung 10 keV. Die sog. „ideale“ Zündtemperatur ist dadurch charakterisiert, daß bei ihr der Energiegewinn des Plasmas durch die geladenen Reaktionsprodukte aus Kernverschmelzungen gleich den Energieverlusten durch Bremsstrahlung ist. Soll ein gezündetes Plasma soviel Energie abgeben, daß die zur erneuten Zündung eines Plasmas erforderliche Energie zurückgewonnen werden kann, so ist die sog. LAWSON-Bedingung zu erfüllen. Diese besagt, daß ein Plasma oberhalb der Zündtemperatur mit der Dichte n über eine solche Zeit t aufrechterhalten werden muß, daß das Produkt $n \cdot t = 10^{14} \text{ sm}^{-3}$ für ein D-T-Plasma und 10^{16} für ein D-Plasma ist. Die höchsten heute erreichten Werte von $n \cdot t$ liegen noch etwa um drei Größenordnungen unterhalb des Wertes aus der LAWSON-Bedingung. Die beste Annäherung wurde mit den sog. Theta-Pinch Apparaturen erzielt. In diesen Apparaturen wird mit einer einwindigen geraden Spule ein schnell anwachsendes Magnetfeld erzeugt. Das Plasma wird durch eine Kompression im Magnetfeld geheizt und im gleichen Feld eingeschlossen.

Dabei werden Ionentemperaturen von 6 keV und Plasmadichten von 10^{16} Teilchen pro cm^3 erreicht. Das Plasma strömt an den Enden der Spule entlang der Feldlinien ab, wodurch die Einschlußzeiten auf einige Mikrosekunden begrenzt bleiben.

Die Endverluste lassen sich durch entsprechende kreisförmig geschlossene Magnetfelder vermeiden. Neu tritt jedoch dann das Problem auf, daß in einer einfachen rotationssymmetrischen Torusgeometrie, bei der die Feldlinien Kreise um die Torusachse bilden, ein Plasma nicht im Gleichgewicht ist. Es bewegt sich (driftet) in Richtung des großen Torusradius. In zwei speziellen Toruskonfigurationen – nämlich dem ¹ M+S ** und dem toroidalen Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld ² – konnte diese Driftbewegung vermieden werden. Die wesentlichen Gesichtspunkte und Ergebnisse im Zusammenhang mit den Untersuchungen der Drift und den beiden Gleichgewichtskonfigurationen werden im folgenden zusammenfassend dargestellt. Dabei beschränkt sich die Darstellung im wesentlichen auf die Einschließung von Hoch- β -Plasmen, die durch einen toroidalen Theta-Pinch erzeugt wurden. Die

* Diese Arbeiten wurden im Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München, begonnen und ab 1966 am Institut für Plasmaphysik im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik, Garching, und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik weitergeführt.

** M+S = (M+S)-Konfiguration.

¹ W. LOTZ, E. REMY u. G. H. WOLF, The Toroidal Theta-Pinch in M-and-S-Configuration, Nucl. Fusion 4, 335 [1964].

² G. V. GIERKE, F. W. HOFMANN, W. LOTZ, F. RAU, E. REMY, H. WOBIG u. G. H. WOLF, A Toroidal Theta Pinch with Superimposed Multipole Field, Proc. Second Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Culham CN 21/51 [1965].



Größe $\beta = p/(B^2/2\mu_0)$ gibt das Verhältnis von gas- kinetischem Druck p des Plasmas zum Druck $B^2/2\mu_0$ des einschließenden Magnetfeldes an. Hoch- β -Plasma bedeutet also, daß β in der Nähe von 1 liegt, d. h. das Plasma zeigt ein stark diamagnetisches Ver- halten, bei dem die Ströme auf der Oberfläche das einschließende Feld im Innern weitgehend aufheben.

Die Drift im Torus mit rein azimuthalem Feld

Es gibt zwei einfach zu erzeugende toroidale rotationssymmetrische Feldkonfigurationen. Eine wird durch seelenparallele (azimutale) Ströme I_φ erzeugt, die im Plasma fließen (vergl. Abb. 1). Die

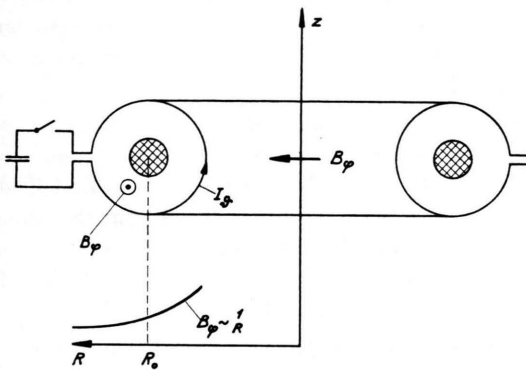


Abb. 1. Schema des toroidalen Theta-Pinch. Das rein azimu- tale Feld B_φ fällt in Richtung zur äußeren Gefäßwand wie $1/R$ ab.

Felder sind rein meridional, d. h. schließen sich um die Seele des Torus. Ausgehend von dieser Kon- figuration lassen sich unter bestimmten Bedingun- gen (leitende Wände) Gleichgewichtskonfigurationen erzeugen. Der Einschluß von Plasmen mit Hilfe dieser Magnetfelder, denen noch seelenparallele Komponenten überlagert wurden, ist mit den Zeta- Maschinen³ untersucht worden. Das Verfahren stieß in der Vergangenheit auf große Schwierigkeiten, da kein stabiles Plasmagleichgewicht erreicht werden konnte. Die zweite einfache Möglichkeit ist eine Konfiguration mit rein azimuthalem (seelenparalle- lem) Feld. Sie wird erzeugt durch eine Kondensator- entladung über eine einwindige torusartig ge- schlossene Ringspule. Mit einer schnellen magneti- schen Kompression gelingt es, genau wie beim

linearen Theta-Pinch ein heißes Plasma nahe der Spulenseele zu erzeugen und einzuschließen. Das einschließende Magnetfeld ist nicht homogen wie in einer linearen Anordnung, sondern hat die Eigen- schaft, in Richtung zur äußeren Wand wie $1/R$ abzufallen (Abb. 1). Dadurch ist das Plasma nicht im Gleichgewicht und wird in Richtung abnehmen- der Feldstärke beschleunigt, so daß es nach einigen Mikrosekunden die Gefäßwand erreicht.

Aus der Drehspiegelkameraaufnahme Abb. 2* läßt sich dieser Vorgang entnehmen. Es ist die Ab- bildung eines Schlitzes senkrecht zur Torusseele, die mit Hilfe eines Drehspiegels während der Entladung von links nach rechts über den Film verschoben wird. Dabei ist die Beobachtungsrichtung im oberen Bild senkrecht zur Torusebene und im unteren parallel dazu. Entsprechend ist im oberen Bild zu erkennen, wie das Plasma nach der Kompression in einigen Mikrosekunden zur Wand des Gefäßes drif- tet und sich danach über etwa die Hälfte des Gefäß- durchmessers ausbreitet. Das untere Bild läßt die symmetrische Verbreiterung des Plasmaschlauches nach der Wandberührung erkennen. Die Driftzeit ist von der Größenordnung einige Mikrosekunden. Die Stromkurve ($5\mu\text{s/Sktl.}$) unten in Abb. 2 gibt ein Maß für den Feldverlauf in der Ringspule. Die kleineren 5 Halbwellen vor der Hauptentladung gehören zur Vorentladung, durch die ein vollioni- siertes Plasma von einigen eV Temperatur erzeugt wird. Die erste Zündung ist aus der Drehspiegel- kameraaufnahme vor Beginn der Hauptentladung zu erkennen.

Die magnetohydrodynamische Theorie (MHD) liefert für die Beschleunigung eines Plasmas, das sich im Abstand R von der Achse eines rein azimu- talen Feldes befindet, den Ausdruck⁴

$$\frac{d^2R}{dt^2} = \frac{4kT}{m_i R} (m_i = \text{Ionenmasse}).$$

Diese Beschleunigung führt zu einer nach außen ge- richteten Driftbewegung des ringförmigen Plasma- schlauches, dessen mittlere Beschleunigung propor- tional ist der über die Teilchendichte n gemittelten Temperatur:

$$\bar{T} = \frac{\int n T d^3v}{\int n d^3v}$$

³ E. P. BUTT, R. CARRUTHERS, J. T. D. MITCHELL, R. S. PEASE, P. C. THONEMANN, M. A. BIRD, J. BLEARS u. E. R. HARTILL, The Design and Performance of Zeta, Proc. Second U.N. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy 32, 42 [1958].

* Abb. 2 bis 6, 9 und 10 auf Tafel S. 1092 a–d.

⁴ W. LOTZ, F. RAU u. G. H. WOLF, Betrachtungen zur Bewe- gung eines toroidalen Plasmas im Magnetfeld, Max-Planck- Institut für Physik und Astrophysik, München MPI-PEA /P1.11/65 [1965].

Bei einem Fülldruck von $p_0 = 40 \mu$ wurde für Wasserstoff im Temperaturbereich von $kT \approx 10 \text{ eV}$ diese Driftbeschleunigung experimentell geprüft⁵. Aus spektroskopischen Messungen wurden die Temperatur- und Dichteprofile über den Querschnitt des Plasmas sowie deren zeitliche Veränderungen ermittelt. Die aus diesen Profilen über die Dichte gemittelten Temperaturwerte lieferten die instantane mittlere Beschleunigung, aus der durch zweimalige Integration über die Zeit die Bahnkurve des Plasmashwerpunkts berechnet wurde. Das Ergebnis zeigt die Abb. 3. Die beiden ausgezogenen Kurven geben die Fehlerschranken für die Bahnkurve des Schwerpunkts an, wie sie sich aus den Meßfehlern ergeben. Die Lage des Plasmamittelpunkts, ermittelt aus den gemessenen Lichtintensitätsprofilen, sowie deren Fehlerbreite wird in Abb. 3 durch die senkrechten Striche dargestellt.

Die gerechnete Bahnkurve wurde durch Verschieben entlang der Zeitachse an die gemessene angepaßt; bei letzterer ergab sich der Startzeitpunkt der Drift $0,5 \mu\text{s}$ nach dem Aufbau des Magnetfeldes durch die Kondensatorentladung. Zum gleichen Zeitpunkt beginnt die magnetische Kompression, d. h. das Plasma löst sich von der es bis dahin umschließenden Gefäßwand, da der magnetische Druck dann den Plasmadruck übersteigt.

Die gemessene Driftbewegung des Plasmashwerpunkts stimmt innerhalb der Fehlergrenzen (etwa 10%) überein mit der aus dem magnetohydrodynamischen Modell berechneten.

M + S-Gleichgewicht

Qualitativ läßt sich das Prinzip (M+S)-artiger Konfigurationen leicht anschaulich machen. Im toroidalen rein azimuthalen Feld ist die Länge der Feldlinien proportional zum Radius R der Krümmung. Das $\int B_\varphi dl = I_\varphi$ entlang einer Feldlinie ist konstant gleich $2\pi R B_\varphi$, da jede Feldlinie den gleichen Strom I_φ umfaßt. Daraus folgt $B_\varphi \sim 1/R$. Wählt man die Geometrie so, daß alle Feldlinien gleiche Länge an der Oberfläche des Plasmaringes haben, so folgt aus der obigen Betrachtung, daß die Feldstärke B und damit der Druck des Magnetfeldes $B^2/2\mu_0$ im Mittel an der Plasmaoberfläche konstant ist. Quantitativ ist zu fordern, daß der Druck an

jedem Ort der Oberfläche konstant ist, d. h. für den Fall $\beta = 1$ ist die aus der Bewegungsgleichung der MHD für den Fall von Oberflächenströmen j^* [A/m] abgeleitete Gleichgewichtsbedingung

$$p = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{j^{*2}}{2\mu_0}$$

zu erfüllen. Daraus geht hervor, daß konstante Feldstärke gleichbedeutend ist mit konstanter Stromdichte auf der Oberfläche des Plasmas. Diese Bedingungen werden von den sog. (M+S)-Oberflächen erfüllt, die von MEYER und SCHMIDT angegeben wurden⁶. Das Papiermodell (Abb. 4) zeigt eine solche Oberfläche. Die Papierstreifen sind so angeordnet, daß die Feldlinienstreifen gleiche Länge bewahren, während die Stromlinienstreifen j^* gleichen Abstand halten entsprechend der Forderung nach konstanter Stromdichte j^* .

Solche Felder lassen sich durch Ringspulen mit speziellen Zusatzwicklungen oder durch Spulen mit geformten Oberflächen erzeugen. Das Modell der letztgenannten Spule (Abb. 5) entspricht einem Torussektor und hat die Länge einer Wellungsperiode. Im Innern der Spule befindet sich das Modell eines Plasmas mit (M+S)-Oberfläche.

Die Versuche zur Klärung der Frage, ob durch derartige Konfigurationen ein Gleichgewichtsverhalten des Plasmas angenähert werden kann, wurden mit verhältnismäßig kleinen Apparaturen durchgeführt (Energie der Kondensatorbatterie: 10 kJ, Ladespannung: 16 kV, Torus: $R = 26$, $r = 3 \text{ cm}$). Das erzeugte Plasma hat Temperaturen bis 10 eV und Dichten bis 10^{16} cm^{-3} . Die Drehspiegelkameraaufnahme (Abb. 6) zeigt den Verlauf einer Entladung in Helium von $40 \mu \text{ Hg}$ Anfangsdruck. Die Beobachtungsrichtung des Schlitzes ist wiederum senkrecht und parallel zur Ebene des Torus (vergl. Abb. 2). Im oberen Teil ist zum Vergleich eine toroidale Theta-Pinch Entladung im rein azimuthalen Feld B_φ gezeigt. Die Drift ist in der Entladung mit (M+S)-artig geformten Feldern, die durch Zusatzwicklungen erzeugt wurden, nicht mehr zu erkennen. Eine Vielzahl von Versuchen mit Entladungen in Wasserstoff in verschiedenen Geometrien führte zu dem Ergebnis, daß die Driftzeiten in (M+S)-Geometrie bis zu einem Faktor 4 verlängert werden können gegenüber der Driftzeit in normaler Torus-

⁵ J. JUNKER, Untersuchung der Drift eines Plasmaringes im toroidalen Magnetfeld, Institut für Plasmaphysik München-Garching, Dissertation in Vorbereitung 1966.

⁶ F. MEYER u. H. U. SCHMIDT, Z. Naturforschg. **13a**, 1005 [1958].

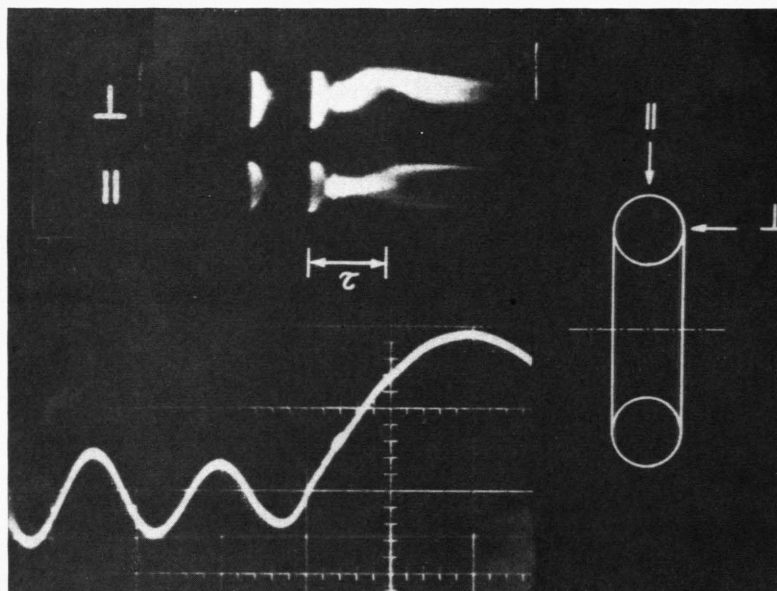


Abb. 2. Drehspiegelkameraaufnahme einer Theta-Pinch-Entladung im Torus mit 40μ Hg Wasserstoff. Bild des Schlitzes senkrecht zur Torussecke wird während der Entladung von links nach rechts über den Film geschoben. Beobachtungsrichtung senkrecht \perp und parallel \parallel zur Torusebene. Zeit bis zur Wandberührung gleich Driftzeit τ einige Mikrosekunden. Unten: Strom in der Ringspule ($5 \mu\text{s/Sktl.}$).

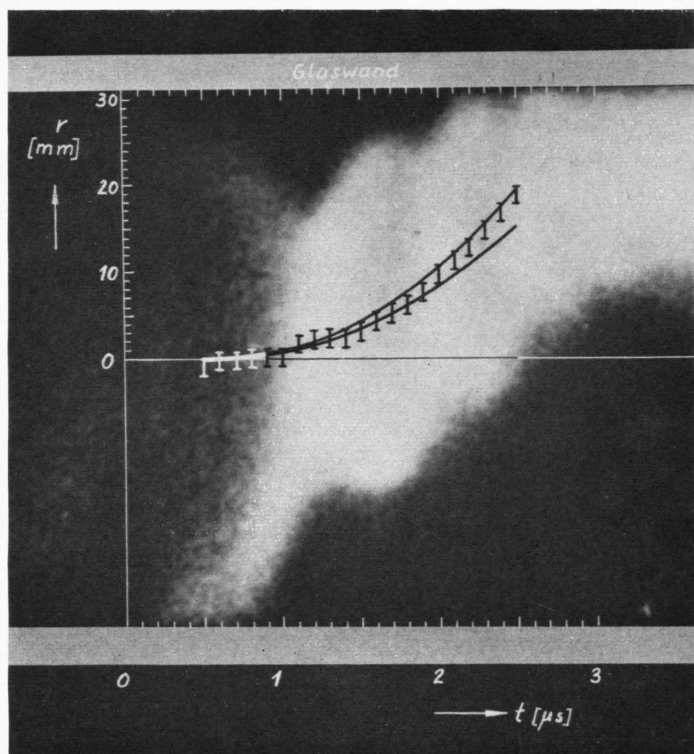


Abb. 3. Vergleich der Driftbewegung mit den Werten aus der MHD-Theorie⁵. Aus Lichtintensitätsprofilen ergibt sich der Plasmaschwerpunkt: Balken. Aus der gemessenen Temperatur- und Dichteverteilung mit dem MHD-Modell berechnet: Ausgezogene Kurven.

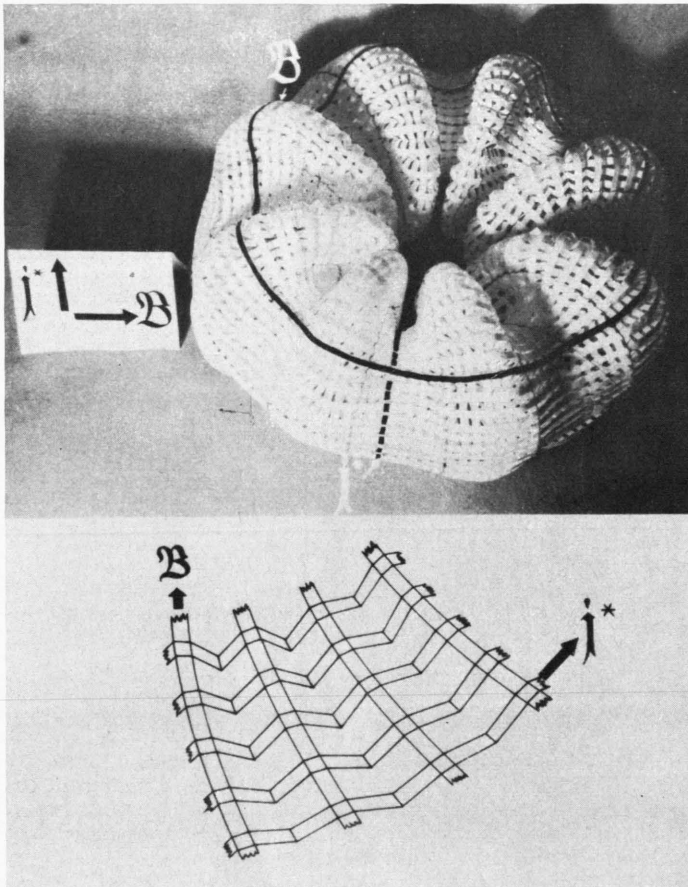


Abb. 4. Papiermodell einer (M+S)-Oberfläche. Feldlinienstreifen B bewahren gleiche Länge. Stromlinienstreifen j^* haben gleichen Abstand entsprechend der Forderung nach konstanter Stromdichte auf der Oberfläche ⁶.

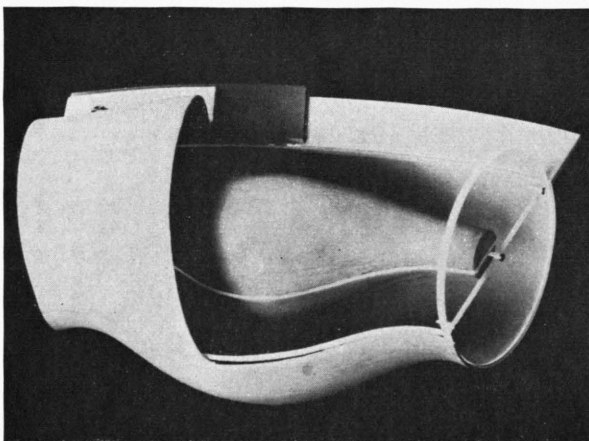


Abb. 5. Modell einer Spule zur Erzeugung eines Plasmas mit (M+S)-Oberfläche. Die gezeigte Spule entspricht einem Torussektor und hat die Länge einer Wellungsperiode. Im Innern der Spule befindet sich das Modell eines Plasmas mit (M+S)-Oberfläche [nach 1].

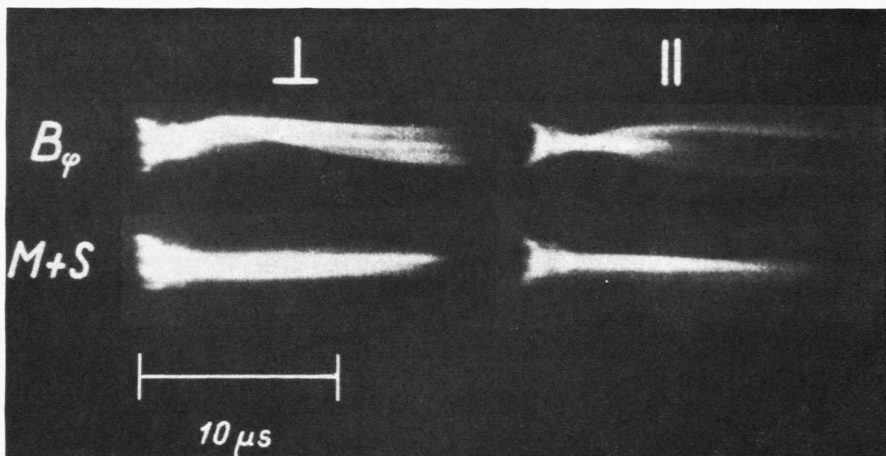


Abb. 6. Drehspiegelkameraaufnahme einer Entladung in 40μ Hg Helium. Beobachtungsrichtung senkrecht \perp und parallel \parallel zur Torusebene (vgl. Abb. 2). Oben: Entladung im rein azimuthalen Feld B_ϕ , unten: Entladung in (M+S)-Konfiguration¹.

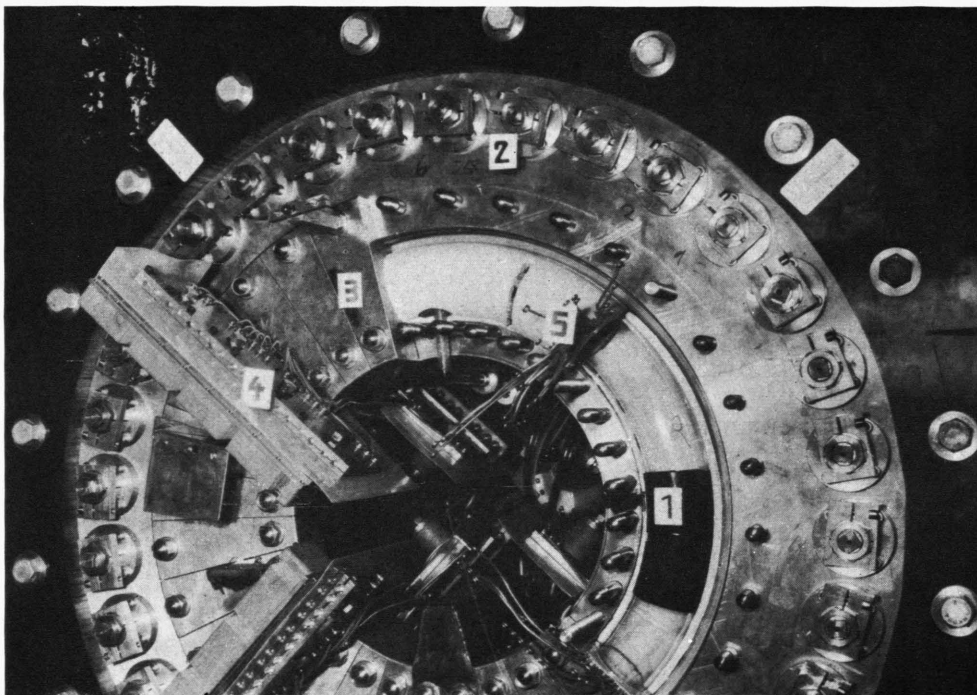


Abb. 9. Bild der Apparatur: toroidaler Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld. 1 Pyrexglastorus, 2 Kollektor mit Kabelanschlüssen von der Hauptbatterie, 3 die zugehörige einwindige Theta-Pinch-Spule, 4 Kollektor für die Hexapolwindungen, 5 Hexapolwindungen in Silikongummi eingegossen. Drähte im Beobachtungsschlitz sichtbar.

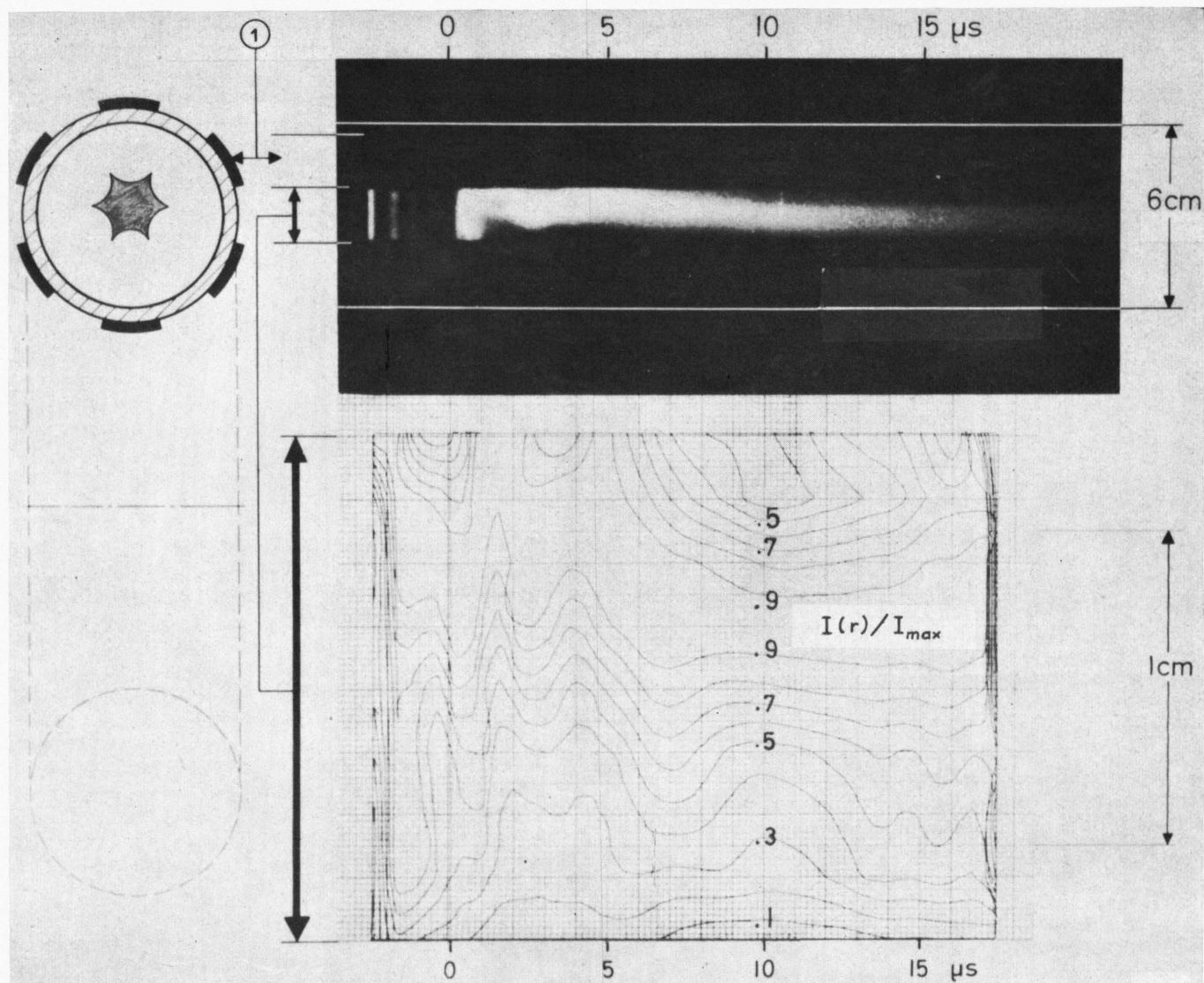


Abb. 10. Oben: Drehspiegelkameraaufnahme einer Entladung ($40 \mu H_2$) in der Hexapolapparatur (Abb. 9).
Unten: Hörschichtlinienbild der Intensität des Kontinuumslichts. (1) Hexapolleiter².

geometrie und ließen die Folgerung zu, daß zunächst mit besserer experimenteller Annäherung an die theoretisch geforderte Gleichgewichtsfläche eine immer weitergehende Verlängerung der Zeit bis zur Wandberührung auftritt.

Im Hinblick auf die LAWSON-Bedingung sind Verlängerungen der Driftzeiten um 3 Größenordnungen bei Temperaturen bis 10 keV von Interesse. Diese Forderung läßt sich nur dann verwirklichen, wenn es stabile Gleichgewichtslagen gibt. Die Untersuchungen erstrecken sich daher jetzt sowohl theoretisch^{7, 8} als auch experimentell^{9, 10} auf das Stabilitätsverhalten des Plasmas in (M+S)-Konfigurationen. Im nächsten Abschnitt wird deshalb das Stabilitätsproblem skizziert und auf die Ergebnisse im Zusammenhang mit (M+S)-Konfigurationen eingegangen.

Das Stabilitätsproblem

Das Stabilitätsverhalten des Plasmas ist im mikroskopischen Modell und mit der makroskopischen Theorie (MHD) untersucht worden. Die mikroskopischen Modelle berücksichtigen Abweichungen von z. B. der MAXWELLSchen Geschwindigkeitsverteilung, Ladungsneutralität und Isotropie des Druckes im Plasma. Sie haben im Bereich der Hoch- β -Plasmen noch keine Anwendung gefunden. Die MHD-Stabilitätstheorie betrachtet die Variationen δW der Gesamtenergie W einer Gleichgewichtskonfiguration

$$W = \int d^3v \left(\frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{p}{\gamma-1} \right) (\gamma = \text{Adiabatenexponent})$$

Ist $\delta W < 0$ für alle möglichen infinitesimalen Verrückungen (Störungen) des Plasmas, so liegt ein stabiles Gleichgewicht vor in Analogie zur stabilen bzw. instabilen Gleichgewichtslage einer Kugel (vgl. Abb. 7). Ein allgemein gültiges Ergebnis dieser Theorie für $\beta=1$ Plasmen ist: sind die Feldlinien konkav zum Plasma gekrümmt (ungünstige Krümmung), so liegt ein instabiles Gleichgewicht vor, bei konkaver Krümmung zum Plasma (günstige Krümmung) liegt ein stabiles Gleichgewicht vor, und zwar auch gegen endliche Verrückungen des Plasmas. Im Potentialfeld ist die Krümmung der Feld-

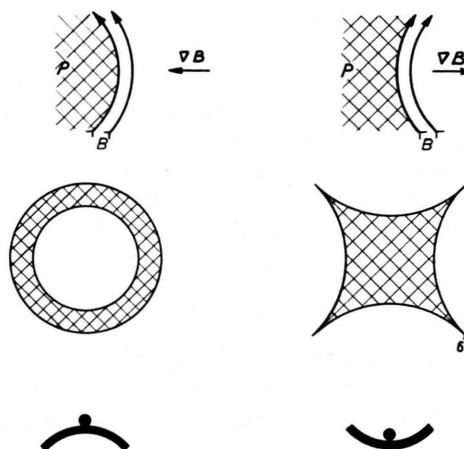


Abb. 7. Instabile (links) und stabile (rechts) Konfigurationen. Die Krümmung bzw. der Gradient des Magnetfeldes auf der Plasmaoberfläche bestimmen das Stabilitätsverhalten. Geschlossene Konfigurationen haben notwendig Gebiete ungünstiger Krümmung (links). Konfigurationen mit ausschließlich günstiger Krümmung — offene Konfigurationen — (rechts) haben Verluste an den Spitzen, die einer Öffnung von der Breite δ entsprechen.

linien verknüpft mit dem Feldgradienten ∇B durch die Beziehung

$$\nabla B \sim \frac{B}{\varrho} \quad (\varrho = \text{Krümmungsradius}).$$

Die Feldstärke nimmt also im stabilen Fall mit wachsendem Abstand von der Plasmaoberfläche zu, während sie im instabilen Fall vom Plasma fort abfällt. Im letzteren Fall führt ein Austausch vom Plasma mit dem angrenzenden Magnetfeld zu einer Verminderung der potentiellen Energie, wodurch die kinetische Energie anwachsen kann. Dieses Verhalten wird als Austauschinstabilität bezeichnet.

Alle geschlossenen toroidalen Konfigurationen, bei denen die Feldlinien eine Oberfläche bilden, auf der alle Komponenten des Feldes senkrecht zur Oberfläche verschwinden, haben notwendig Gebiete ungünstiger Krümmung. Wenn ein Plasma so eingeschlossen wird, daß die Gleichgewichtsoberfläche nur Gebiete günstiger Krümmung aufweist, so erhält man eine offene oder Cusp-Konfiguration, wie aus der Skizze (Abb. 7) deutlich wird. An den Spitzen dieser Konfiguration führen Feldlinien von der

⁷ D. PFIRSCH u. H. WOBIG, Equilibrium and Stability of the M+S-Torus and Related Configurations, Proc. Second Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Culham CN-21/55 [1965].

⁸ H. WOBIG, Gleichgewicht und Stabilität eines Plasmas mit Oberflächenströmen, Institut für Plasmaphysik München-Garching, Dissertation 1966.

⁹ W. LOTZ, F. RAU, E. REMY u. G. H. WOLF, Experiment „Limpus“ — Parameter und Abschätzungen, Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, Bericht Juli 1965.

¹⁰ C. ANDELFINGER, G. DECKER, H. HERMANNSDORFER, M. KEILHACKER, E. REMY, M. ULRICH, H. WOBIG u. G. H. WOLF, Ein Limpus-Experiment an Isar I, Institut für Plasmaphysik, München-Garching, Laborbericht in Vorbereitung 1966.

Gleichgewichtsoberfläche fort. An diesen Stellen können besondere Plasmaverluste, die sog. Cusp-Verluste auftreten. Diese lassen sich so beschreiben, als ob an der Spitze eine Öffnung von der Größe δ sei, aus der das Plasma mit seiner mittleren thermischen Geschwindigkeit ausströmt. Bei den offenen Konfigurationen tritt also an Stelle des Stabilitätsproblems das Verlustproblem, das weder theoretisch noch experimentell hinreichend geklärt ist.

Die geschlossenen Konfigurationen lassen sich nach theoretischen Ergebnissen¹¹ im Bereich $\beta \ll 1$ dadurch stabilisieren, daß Gebiete günstiger und ungünstiger Krümmung so abwechseln, daß der stabilisierende Einfluß der günstigen Krümmung überwiegt.

Die neueren Berechnungen zu diesem Problem im Zusammenhang mit (M+S)-Konfigurationen wurden im Bereich $\beta=1$ durchgeführt. Dabei bedeutet $\beta=1$, daß die diamagnetischen Ströme ausschließlich auf der Oberfläche des im Inneren feldfreien Plasmas (mit isotropem Druck) fließen. Diese Voraussetzung widerspricht bei heißen Theta-Pinch Plasmen vor allem der Tatsache, daß dort der gesamte Durchmesser der Plasmasäule nur einige Ionen Gyoradien groß ist und daß damit die durch die Gyoradien bestimmte Grenzsichtdicke bereits in die Größenordnung des Plasmadurchmessers kommt. Daher können diese Stabilitätsberechnungen nur grobe Anhaltspunkte über das tatsächliche Verhalten toroidaler Hoch- β -Plasmen im keV-Bereich liefern. An einem realistischeren Modell mit kontinuierlicher Druckverteilung werden von MERKEL und SCHLÜTER¹² Stabilitätsrechnungen durchgeführt.

Für das Modell mit Oberflächenströmen konnte gezeigt werden⁸, daß es spezielle (M+S)-Konfigurationen gibt, die gegen Austausch von Feld mit Plasma stabil sind. Diese Konfigurationen weisen auch an der Außenkontur Gebiete günstiger Krümmung auf. Dabei ist die Bedingung zu erfüllen, daß $(a^2 n^2)/(a + 2 r_H) \geq 1$ ist. Die Größen dieser Ungleichung beziehen sich auf die folgende Gleichung für die Außenkontur einer (M+S)-Oberfläche

$$r_P(\varphi) = r_H + \frac{a}{2} (1 - \cos 2 n \varphi) .$$

$r_P(\varphi)$ ist der Abstand von einem Bezugskreis mit dem Radius 1 und dem Azimut φ , r_H ist der mini-

male Abstand, $a/2$ die Amplitude und $2 n$ die Anzahl der Perioden auf dem Umfang des Bezugskreises.

Weiterführende Stabilitätsbetrachtungen konnten in einer zylindersymmetrischen Geometrie mit gewellter Oberfläche durchgeführt werden, die einem linearen gewellten Theta-Pinch entspricht. Diese vereinfachte zweidimensionale Plasmaoberfläche soll einige der auf der Welligkeit der Plasmaoberfläche beruhenden Stabilitätseigenschaften simulieren. Diese Oberflächen sind stabil gegen Austauschstörungen, gegen Gesamtverrückungen der Oberfläche und gegen Knickstörungen.

Eine spezielle Störung, die sog. Rillenstörung (*flutes*) ist MHD-instabil. Sie führt zur Bildung von Rillen und schließlich zur Aufspaltung des Plasmas in mehrere Schläuche.

Experimente mit dem linearen Theta-Pinch geben zu der Vermutung Anlaß, daß die für Niedrig- β -Plasmen aus der mikroskopischen Theorie folgende stabilisierende Wirkung endlicher Gyoradien auch bei Hoch- β -Plasmen vorhanden ist. Bei quantitativer Analogie wird eine Rillenstörung, die zu einer Aufspaltung in zwei Schläuche führt, dann stabilisiert, wenn für den Gyoradius der Ionen q_i gilt:

$$q_i > \bar{r}_P \sqrt{\bar{r}_P / q_{\min}} ,$$

wobei \bar{r}_P der mittlere Radius der Plasmasäule und q_{\min} der kleinste der vorkommenden ungünstigen Krümmungsradien ist.

Theta-Pinch Experimente mit rotationssymmetrischen in Achsenrichtung gewellten Spulen im keV Temperaturbereich sollen diese Fragen einer Klärung näherbringen^{9, 10}.

Der toroidale Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld

Die Cusp-Konfigurationen sind, weil sie nur günstige Feldlinienkrümmung aufweisen, nach der MDH-Theorie stabil auch gegen Störungen mit endlicher Amplitude. Diese theoretische Erwartung hat sich in experimentellen Untersuchungen in Berkeley¹³ und Culham¹⁴ bestätigt. Dort wurde die einfachste mögliche Cusp-Geometrie untersucht. Diese

¹¹ M. N. ROSENBLUTH u. C. LONGMIRE, An. Phys. N. Y. 1, 120 [1957].

¹² M. MERKEL u. A. SCHLÜTER, Axial-symmetrische magneto-hydrodynamische Gleichgewichte, Institut für Plasmaphysik, Garching, IPP 6/48 [1966].

¹³ J. H. WATTEAU, Phys. Fluids 4, 607 [1961].

¹⁴ T. K. ALLEN u. I. J. SPALDING, Cusp Compression Experiments, Culham Laboratory, Report CLM-42 [1965].

besteht aus zwei Spulen, die im entgegengesetzten Sinne von Strom durchflossen werden. Die Plasmaoberfläche hat Ähnlichkeit mit einer Spindel und weist zwei Cusp-Spitzen und eine Cusp-Linie auf. Die experimentell bestimmten Verluste derartiger Spindel-Cusps entsprechen einem Fluß des Plasmas mit mittlerer thermischer Geschwindigkeit der Ionen \bar{v} durch Cusp-Löcher und -schlitze (Spitzen und Linien), die eine Breite von etwa einem Ionengyroradius ϱ_i haben. Da sowohl ϱ_i als auch \bar{v} mit der Wurzel aus der Temperatur T_i ansteigen, sind die Verluste $\nu \sim T_i$. Mit Ausflußöffnungen von der Größenordnung ϱ_i sind diese Konfigurationen bei $T_i \cong 10$ keV im Zusammenhang mit der LAWSON-Bedingung uninteressant.

Verschiedene theoretische Überlegungen lassen die Möglichkeit offen, daß δ von der Größenordnung des Elektronengyroradius ist. Dieser Umstand gab zusammen mit dem Vorteil der Stabilität den Anlaß zu weiteren experimentellen Untersuchungen. Bei den Spindel-Cusp-Geometrien besteht über die Feldlinien eine Kopplung von Cusp-Linien und Cusp-Spitzen. Diese Kopplung macht die Anwendung der theoretischen Überlegungen fragwürdig. Die Konfiguration des toroidalen Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld weist nur Cusp-Linien auf (vgl. Abb. 8). Dadurch ist es möglich, die Verluste ausschließlich für Cusp-Linien zu bestimmen.

Die Versuchsanordnung (Abb. 8) besteht wiederum aus einer Ringspule. Diese Spule erzeugt ein rein azimuthales Feld B_φ . Dieses dient der Erzeugung, Heizung und Kompression des Plasmas durch

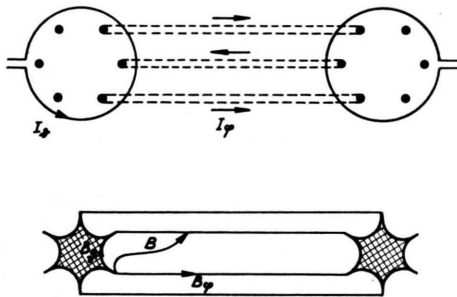


Abb. 8. Schema der Leiteranordnung beim toroidalen Theta-Pinch mit überlagertem Hexapolfeld (oben). Plasmagleichgewichtsoberfläche und Magnetfeldkonfiguration (unten).

den Theta-Pinch. Innerhalb der Spule verlaufen in φ -Richtung sechs Leiter, die von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden, die das überlagerte

Hexapolfeld erzeugen. Dieses Feld hat die Eigenschaft, von der Seele aus in Richtung des kleinen Radius r anzusteigen, wodurch der Abfall des B_φ -Feldes auf Grund der Toruskrümmung kompensiert wird und keine Drift auftritt. Diese Erwartung wurde experimentell bestätigt¹⁵. Die Geometrie der Oberfläche des komprimierten Plasmas und der Feldverlauf sind qualitativ im unteren Teil der Skizze (Abb. 8) dargestellt. Die geraden Linien auf dieser Zeichnung entsprechen den ringförmig geschlossenen Cusp-Linien. Auf der Photographie der Apparatur (Abb. 9) läßt sich erkennen: der Pyrexglastorus (1), der Kollektor mit den Kabelanschlüssen von der Kondensatorbatterie (2), die zugehörige einwindige Theta-Pinch Spule (3), der Kollektor für die Hexapolwindungen (4) und die in Silikongummi eingegossenen Hexapolwindungen (5) im Beobachtungsschlitze sichtbar. Die Entladekreise für Theta-Pinch und Hexapol enthalten je eine Kondensatorbatterie von 40 kJ und 18 kV. Der Torus hat einen kleinen Radius r von 3 cm und großen Radius R von 26 cm.

Mit Bezug auf die Geometrie dieser Apparatur wurden eine Reihe von Verlustmechanismen betrachtet. In einer toroidalen Hexapolgeometrie, zunächst ohne azimuthales Feld B_φ , können die Teilchenverluste im Falle $\beta=1$ beschrieben werden durch den Fluß von Teilchen der Dichte n und der mittleren thermischen Geschwindigkeit \bar{v} durch 6 Schlitze (Cusp-Linien) von der Dicke δ . Pro Längeneinheit des Torus ist dann die Änderung der Teilchenzahl (= Änderung der Teilchenliniendichte N) $\dot{N} = -6n\bar{v}\delta$. Die Schlitzbreiten sind mit verschiedenen Modellen zwischen Ionen- und Elektronengyroradius abgeschätzt worden (z. B.¹⁶). Die Berücksichtigung des azimuthalen Feldes B_φ führt zu einer Verminderung der Teilchenverluste um den Faktor

$$\psi = \sqrt{1 + (B_\varphi/B_\theta)^2}.$$

B_φ und B_θ sind hier die Feldkomponenten auf der Oberfläche des Plasmas in azimuthaler und meridionaler Richtung. Bei unseren Experimenten ist $\psi \cong 10$. Die Verluste $\nu_{i\psi}$ bzw. $\nu_{e\psi}$ bei Berücksichtigung von Ionen- und Elektronengyroradien

¹⁵ G. v. GIERKE, W. LOTZ, F. RAU, E. REMY u. G. H. WOLF, Vorläufige Ergebnisse über das Verhalten eines Plasmas mit hohem β im toroidalen Magnetfeld mit überlagertem Multipolfeld, Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, Laborbericht MPI-PAE/Pl. 4/65 [1965].

Q_i , Q_e ist gegeben z. B. für Q_i durch

$$\nu_{i\psi} = \frac{\dot{N}}{N} = \frac{6 \bar{v} Q_i}{\pi r_P^2 \psi} \sim T_i.$$

Im Plasma eingefangene azimutale Felder führen zu einer weiteren Verminderung der Verluste. Die Theorie von KILLEEN¹⁶ folgert z. B. für ein im Plasma eingefangenes Feld B_ψ von der Größe 10% des Außenfeldes eine Verminderung der Verlustrate um einen Faktor 3.

Die Widerstandsverluste in Cusp-Geometrie, d. h. die Verluste, die auf Grund der klassischen Diffusion von Teilchen quer zu den Feldlinien durch Stöße auftreten, wurden von BICKERTON¹⁷ angegeben. Auch diese vermindern sich um den Faktor $\sqrt{\psi}$ bei der Überlagerung von azimutalen Feldern. Die Verlustrate $\nu_{r\psi}$ ist dann

$$\nu_{r\psi} = \frac{1}{r_P} \sqrt{\frac{2 \eta_\perp \bar{v}}{\mu_0 l \psi}} \sim T^{-1/2}$$

(r_P = Plasmaradius, η_\perp = spezifischer Widerstand, l = Abstand zweier Cusp-Linien).

Für kleines β ist der Plasmaeinschluß begrenzt durch das freie Abströmen der Teilchen mit \bar{v} längs der Feldlinien bis zur Wand. Das entspricht einer Verlustrate

$$\nu_{th} = \bar{v}/l.$$

Bei den Experimenten haben die Feldlinien von Wand zu Wand eine Länge l von etwa 1 m. Die oben erwähnten Verlustraten $\nu_{i\psi}$, $\nu_{e\psi}$, $\nu_{r\psi}$ und ν_{th} sind zusammen mit den experimentellen Werten in dem Diagramm (Abb. 11) eingetragen. Für das Magnetfeld sind dabei die Werte des Feldes eingesetzt, die zu den einzelnen Meßpunkten gehören.

Die Widerstandsverluste $\nu_{r\psi}$ nehmen ab wie $T^{-1/2}$, während die beiden möglichen Extremwerte für die reinen Cusp-Verluste $\nu_{i\psi}$ und $\nu_{e\psi}$ mit T zunehmen. Bei niederen Temperaturen überwiegen die Widerstandsverluste. Mit der experimentellen Bestimmung von Verlustraten als Funktion der Plasmatemperatur soll geklärt werden, bei welcher Temperatur ein Übergang von den abfallenden Widerstandsverlusten zu den ansteigenden Cusp-Verlusten auftritt. Daraus kann geschlossen werden, ob die Cusp-Schlitzbreite δ von der Größenordnung Q_i oder Q_e ist.

Zur Bestimmung der Teilchenverlusten sind Messungen von Radius, Temperatur und Dichte des Plasmas erforderlich. Der Radius ist aus Drehspiegelkameraaufnahmen und der Intensitätsverteilung der Kontinuumsstrahlung gewonnen. Drehspiegelkameraaufnahme und Höhenschichtlinienbild der Intensitätsverteilung des Kontinuumslichts sind in der Abb. 10 dargestellt. Die Elektronentemperatur ist aus dem Verhältnis der Strahlung von H_β /Kontinuum und für Temperaturen über 10 eV aus dem zeitlichen Auftreten der Maximalintensität des Lichts der Verunreinigungslinien bestimmt. Die mittlere Elektronendichte wird gemessen mit Hilfe der Absolutintensität der Kontinuumsstrahlung und für einzelne Entladungen zum Vergleich zusätzlich mit dem Starkverbreiterungseffekt der Linien. Bei der Bestimmung der mittleren Dichte und Gesamtteilchenzahl gehen Annahmen über die Geometrie

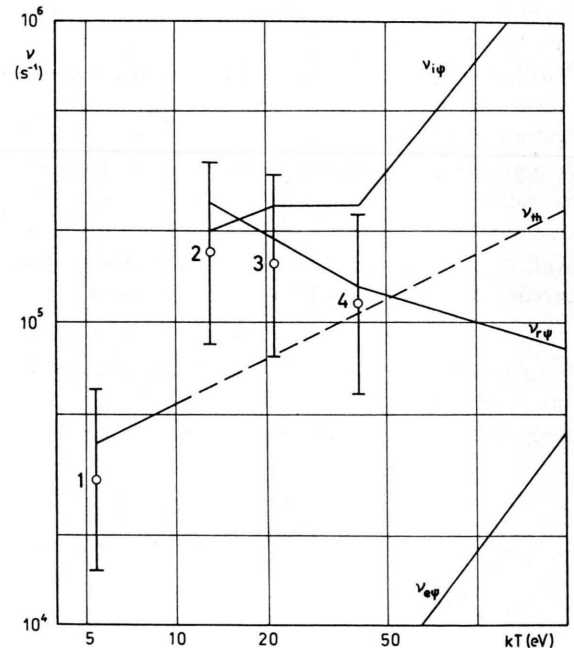


Abb. 11. Verlustraten als Funktion der Temperatur. Ausgezogene Kurven nach den Modellen für reine Cusp-Verluste $\nu_{i\psi}$, $\nu_{e\psi}$, Widerstandsverluste $\nu_{r\psi}$ und freies Ausströmen entlang der Feldlinien ν_{th} . Für das Magnetfeld sind die Werte eingesetzt, die zu den einzelnen Meßpunkten gehören. Punkte mit Fehlergrenzen sind gemessene Verlustraten. 1 für kleines β , 2–4 für hohes β .

¹⁶ J. BERKOWITZ, K. O. FRIEDRICH, H. GOERTZEL, H. GRAD, J. KILLEEN u. E. RUBIN, Cusped Geometries, Proc. Second U.N. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy 31, 171 [1958].

¹⁷ J. KILLEEN, Theory of Cusped Geometries, IV. Particle Losses in Crossed Fields, New York University, Report NYO-9370 [1960].

¹⁸ R. J. BICKERTON, Simple Theory of the Compression Cusp, Culham Laboratory, Report CLM-M35 [1964].

in die Auswertung der Messungen ein. Elektronendichte, Temperatur und das Magnetfeld gestatten es, die Werte von $\beta = 2 n k T / (B^2 / 2 \mu_0)$ zu berechnen. Die experimentellen Verlustraten berechnen sich aus den bestimmten Größen nach der Beziehung

$$\nu_{\text{exp}} = - \frac{\dot{N}}{N} = - \left(\frac{\dot{n}}{n} + 2 \frac{\dot{r}_P}{r_P} \right)$$

(r_P = Plasmaradius).

Der relative Fehler von ν_{exp} geht hauptsächlich auf die Ungenauigkeit in der Bestimmung von \dot{r}_P zurück und liegt bei +100% und -50%. Die Meßwerte sind mit Fehlergrenzen in die Abb. 11 eingetragen. Meßpunkt 1 resultiert aus der Messung an einer Apparatur mit kleinem Energieinhalt der Batterie (2·10 kJ) und relativ langsamem Feldanstieg 10^9 G/s. Der Wert von β lag dort unter 0,1 und die Temperatur bei 5 eV. Dementsprechend stimmt er am besten mit den Verlustraten ν_{th} nach dem Modell für freies Abströmen der Teilchen überein. Meßpunkte 2–4 sind an der eingangs beschriebenen Apparatur gewonnen und entsprechen

hohem β . Es ergibt sich gute Übereinstimmung mit dem Modell für Cusp-Widerstandsverluste $\nu_{\text{r}\psi}$. Die Untersuchungen können mit dieser Apparatur bis in den Bereich von einigen 100 eV ausgedehnt werden. Die vorläufigen Ergebnisse lassen aber schon jetzt erkennen, daß eine stabile Gleichgewichtskonfiguration vorliegt und ferner, daß über die Reduktion der Verluste um den Faktor ψ hinaus die Resultate in Richtung auf die theoretisch günstigere Möglichkeit $\nu_{\text{e}\psi}$ hindeuten.

Über den Rahmen hinaus, der durch die angeführten Zitate gegeben ist, wurden die Arbeiten von seiten der Theorie sehr wesentlich angeregt, diskutiert und gefördert durch Prof. A. SCHLÜTER und die Dres. D. PFIRSCH, H. O. SCHMIDT und H. WOBIG. Die Experimente wurden gefördert von Dr. G. v. GIERKE und im speziellen durchgeführt von einer Gruppe mit den Dres. W. LOTZ, F. RAU, G. H. WOLF und Dipl.-Phys. J. JUNKER. Im Zusammenhang mit dem Aufbau der Experimente und der Durchführung numerischer Rechnungen sind H. SCHUHBÄCK und D. SEEWALD hervorzuheben.